

## 統計的思考と統計モデルの利用

赤池 弘次 (統計数理研究所)

### 1. 統計的思考とは何だろう

自分の考えを他人に伝えようとする時、人は自分の主張する意見についてその根拠を提示する。主張の内容が明白で確実ならば、根拠を示す必要はない。主張の内容の明確性と信頼性を高めるために、根拠を示すのである。逆に言えば、根拠の提示はある事柄を主張する議論の不確実性の減少を目的とする。

議論の対象の構造があまりに複雑な場合や、必要な知識や観測データが十分に得られない場合には、不確実性がつきまとう。このような状況下で、説得力ある根拠を提示しようとして展開する思考が統計的思考である。不確実性の低下を実現するための材料（根拠）が”情報”であるとすれば、与えられた状況下で、得られる限りの知識その他の資料から、有効な情報を取り出し作り出す作業を主導するのが統計的思考である。

ある主張あるいは考えには、内容の他者による利用を可能にするという意味での伝達可能性が求められる。こ

のために言語が利用される。これは時を隔てた思考者自身による利用のためにも必要である。統計的思考の場合も例外ではない。この伝達可能性を”客観性”と呼べば、不確実性の下で”客観性”ある議論を展開するのが、統計的思考の在り方である。

## 2. 数理統計学の限界

統計的思考の進め方の議論の一つの典型が、数理統計学である。そこでは、最も高い”客観性”を持つ言語として数学的表現が用いられる。しかし、現実の我々の思考は、数学的表現を超える複雑なものを日常の言語を用いて捉えている。少なくとも、数学的表現が与えられていないものをも適切に処理している。したがって、統計的思考展開の方法論としては、数学的理論だけに注目する数理統計学には限界があることになる。

簡単な例で、数理統計学の主要な理論である推定論と検定論の考え方の限界を見ることにしよう。始めは、肺結核の化学療法の研究に助言を求められた際の筆者の経験に関わるものである。A, B, C, という薬剤を単独に利用する場合、二者あるいは三者を併用する場合、の効果比較を目的とする研究であった。問題は、被験者であ

る患者の途中転院等による欠測値の発生であり、サンプル数が減少して明瞭な結果が得られない。欠測値を埋める推定法を知りたいというのであった。

この場合、もとのデータの特徴が明らかでなくては合理的な推定法は得られない。データの構造の解析に成功した後、始めて適切な推定法が考えられるのである。被験者についての測定結果（菌の検出の有無）の時系列データ以外に、身長、体重、年齢、性別等の記録があることに注目してデータを見たところ、治療開始時の肺内部の空洞数に治療結果が大きく依存することが認められた。空洞数でデータを分類することにより効果の差は明瞭となり、特別な推定は不要になった。

次は、与えられた測定値の基準値からの偏差の大きさを測って、生産行程の異常を判断する管理図法の話である。当然検定論の適用が考えられるが、ここでも形式的な検定論の適用以前に、生産行程の変動の構造についての理解を深めることが求められる。

異常の検出は、変動要因が適切に管理された状態（基準状態）の確認があってはじめて可能になる。如何に多くの観測値を用いて基準値を決定しても、基準状態に管

理されない変動要因が内在すれば期待される変動幅は大となり、実際の異常の検出能力は低くなる。基準状態の構造を追及し、異常の種類や特性の把握を進め、”対立仮説”を具体的に捉えて始めて高い検出力が期待出来るのである。実例は、雑誌「応用数理」(9巻1号67-8頁)に与えられている。

これらの例は、推定論、検定論の形式的適用以前に、対象の特性の解明を目指す統計的思考の十分な展開があってはじめて、有効な測定あるいは判断の手順の確立が可能になることを示している。

### 3. 統計的思考と確率的構造との結び付き

”統計”の概念が国あるいは一般に社会集団の状態(state)の記述に始まったことは良く知られた歴史的事実である。これは、政治的あるいは経済的な計画の策定のための情報源として利用された。

計画の策定は実施の決定に導く。国の指導者が”統計”によって国力を測り、戦争についての決心をした場面を想像すると、そこには結果の不確実性に対する不安があったことが分かる。不安の処理に使われたのが

”亀卜”(亀甲を焼き、その割れ目の模様を読んで占

う)であり、更に組織化されたものが” ぜい竹” のランダムな配列による易である。一方、賭におけるランダム現象発生装置 (ランダムマイザー) の利用は、期待の数学的表現としての確率概念の導入に導いた。

易経に関する教えでは、易に相談する前に十分に当面の問題を考えることを求める。” 易を良く学んだ人は占わない” とさえ言う。知識、経験等の完全活用が求められているのである。ランダムマイザーへの依存度を最小化する努力を通じて、不確実性の極小化が実現し、有効な情報が得られるのである。

この見方によれば、確率的構造を利用する既存の統計理論は、ランダムマイザーの構造の調節あるいは設定を通じて観測データから情報を抽出する手順を論じたものと言える。ランダムマイザーへの依存の最小化の具体化は、時系列解析を例にしても、最小自乗法によるトレンド曲線の当てはめ、白色雑音源を利用するモデル構成等に見られる。モンテカルロ法による推定法でも、” Dead Monte Carlo is the best Monte Carlo.” というような諺があったと記憶している。

以上の考察から、情報的視点から見れば、与えられた

確率的機構の用い方の議論よりも、確率的機構の構成や選択を目指して、利用可能な知識、経験、観測データの最大限の有効利用を実現するのが、統計的思考の主要な仕事であることが明らかになる。日常の言語による解析の議論を避け、数学的解析のみに依存して統計的思考の理論的展開を目指した数理統計学では、易の教えが示した本来の統計的思考と確率的構造との結び付きが見失われていたように見える。

情報量規準AICの導入は、数理統計学の成果に基づいて統計モデルとしての確率的構造の比較可能性を示し、モデルの提案の重要性を明らかにした。AICを単に機械的なモデル作りの道具と見るのは誤解である。数理統計学の理論の枠内から出発し、機械的な手順では統計的思考の完全な展開は出来ないことを明らかにして、いわば理論の不完全性を示したのである。

#### 4. 統計モデルの構成と情報データ群の利用

統計的方法の実用状況を考えると、人工的な確率的仕組みを用いて観測値を獲得するサンプリングの場合を除き、通常の応用に現われる確率的構造は、バラバラにして見ればその仕組みが分かるような形で実在するもので

はなく、“想定”されるものである。

想定される確率的構造は、統計的な思考を展開するための道具であり、当面の問題を処理する上での手がかりとなる、対象についてのある見方あるいは期待をモデル化して表現したもの、すなわち“統計モデル”と見なされる。この視点から見ると、どのようにして統計モデルを作るかが統計的思考の基本的な課題となる。

この場合、観測データに限らず、当面の対象に関する

1) 客観的知識、2) 経験的知識、3) 観測データ、の三者からなる情報データ群 (Informational Data Set : IDS) を考え、その適切な運用を通じてモデルの提案と検証を進めることが必要である。実際上は、上記三者の境界はやや曖昧で確定的なものではない。

統計的思考は、情報データ群 (IDS) を適切に構成発展させながらモデルの提案と検証を繰り返すことによって情報獲得を実現するという、極めて包括的な知的活動である。この活動は、特定の目的に有効な情報を獲得しようとする“意図”に導かれて進められる。

意図という主観的要素の存在を意識しなくては、統計モデルの効果的な構成と利用は不可能である。ただし、

観測データの特性を観測する方法として既存のモデルを機械的に利用する場合もある。数理統計学の教科書では、このような計測のためのモデルの議論が支配的である。この場合には、結果の”意味”をどう捉えるかに本来の統計的思考が求められる。

現在、身近にある問題として筆者が探究を試みているのは、ゴルフスイングの解析である。人の体の構造、特に筋の動きの複雑さ、必要な知識の膨大さあるいは不完全さ、詳しい観測の困難等を考えると、これは統計的思考の対象として典型的なものである。

ゴルファーの動きは、スイングのイメージに従って実現される。打球結果のバラツキの統計的性格よりも、動きの理解に数学的記述が不可能な程の大きな不確実性が存在することが統計的思考を要求するのである。この場合、イメージそのものが統計モデルである。

イメージは、ゴルファーの意図無しには構成出来ない。意図の実現のためにモデルを構成するのである。当然、適当な情報データ群 (IDS) を利用することになる。人体には構造上の複雑性あるいは非線形性等の解析上の困難はあるが、自らの感覚を利用して思考結果の検



証が出来る利点があるから、ゴルフスイングの通常の実験観測は簡単で、この意味でもスイングの解析は統計的思考方法の在り方を探るに適した題材である。

以下、イメージ構成の経験から得た、統計的思考展開上の指針として有効と思われるものを記述する。

1) ”最大の不確実さ、曖昧さのある点に注意を集中すべきである”。ゴルフスイングの場合、肩関節が最大の動きの自由度を示すから、肩と腕の動きに注目して解析を進めることになる。

2) ”支配的な仕組みに注目する”。腕の動きに大きな力を発揮する広背筋にまず注目し、続いてこの筋の動きを支援する他の筋の動きを追跡する。効果的な実験計画が実現する。

3) ”概念の内容の羅列的な記述よりも、実際の使われ方の記述の方が伝達能力が高い”。筋の働きの詳しい記述の内容は、実際の体の動きによる説明で始めて体感的な理解と確認が出来る。

4) ”意図を明確に意識しないとデータは読めない”。スイングの連続写真は、通常の観察者には下半身が前進してから腕が振られていると見える。スイングをする立

場からは、腕を振りに入ると体が動くと見える。

5) ”通常の見方を逆転してみる”。ゴルフの場合、思うことの反対が常に正しいという見方さえある。

6) ”全体から切り離して部分を論じると、無意味な結果に導かれる危険がある”。一部の動きを改善してスイングに開眼したと喜ぶと、翌日は”閉眼”する。

7) ”モデルは可能な限り簡単な方が良い”。複雑なイメージは体が追えない。これは、一般的なモデル構成上の”ケチの原理”である。しかし、

8) ”細部の確認追及を怠るな”。スイングの研究が示すように、統計的思考は常に新しい展開を求めて限りなく続くのである。

ゴルフスイングに関連する具体的説明は講演に譲るが、この経験を通じて、統計的思考の進め方、統計モデルの作り方の議論の組織的な展開には、通常言葉による生きた問題の取り扱いの成功例の集積が必要であることを改めて痛感した。新しい数理的な展開は、その後続くのではなかろうか。このことを指摘して本稿を終わりたい。